



# INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DE VENECIA

NIT 811019578-0

DANE 105861000199 -Código ICFES 002865

**DOCENTE:** Héctor Iván Ballesteros Cano

**AREA:** Matemáticas

**HORAS:** 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> Lunes

**PERIODO:** 2°

**MONITOR:** Hamilton Correa

**GRADO:** 10° 1 y 2

**TEMA:** Teorema del Seno y Coseno

**LOGRO:** - Identifica y aplica la ley de senos y la ley de cosenos en la solución de problemas de la vida cotidiana que involucran triángulos oblicuángulos.

**ACTIVIDAD:** Enunciar y aplicar la ley de los senos y la ley de los cosenos en la solución de problemas cotidianos que involucren ángulos de Elevación y de Depresión.

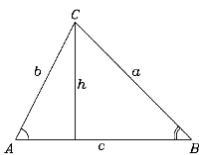
## LEY DE SENOS Y LEY DE COSENOS –Ángulos de Elevación y Depresión

En un triángulo ABC, denominamos los ángulos (A,B,C) de acuerdo a sus esquinas ("vértices") y denominamos los lados (a,b,c), de tal forma que el lado a está enfrentado al ángulo A, el b con en ángulo B y el c con el C.

**Ley de Senos**

$$\frac{\text{Sen}A}{a} = \frac{\text{Sen}B}{b} = \frac{\text{Sen}C}{c}$$

$$\frac{a}{\text{Sen}A} = \frac{b}{\text{Sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C}$$



**Ley de Cosenos**

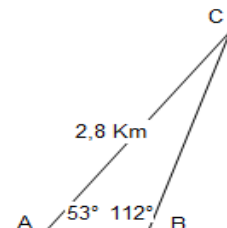
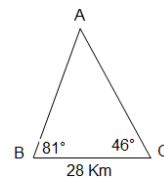
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\text{Cos}A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\text{Cos}B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\text{Cos}C$$

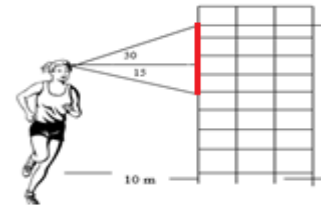
## TALLER DE TEOREMA DE SENOS Y COSENOS

1. Si  $A=45^\circ$ ,  $B=75^\circ$  y  $c=10$  m; encuentre a,b, y C
2. Desde un faro a 55 m sobre el nivel del mar, el ángulo de depresión a un pequeño bote es de  $15^\circ$ . ¿A que distancia de la base del faro se encuentra el bote?.
3. Encuentre las soluciones para el triángulo, si  $A=30^\circ$ ,  $a=10$  m y  $c=15$  m.
4. Un poste apunta en la dirección apuesta al sol, formando un ángulo de  $7.5^\circ$  con la vertical, cuando el ángulo de elevación del sol es de  $5^\circ$  el poste proyecta una sombra de 50 m de largo sobre el piso ¿Cuál es la longitud del poste?
5. Dos barcos parten del mismo puerto a la misma hora. El primero navega a  $15^\circ$  noroeste a 25 nudos. El segundo navega a  $30^\circ$  al noroeste. Después de 2 horas a que distancia se encuentran los barcos entre sí?
6. Resuelva el triángulo ABC si  $A=36^\circ$ ,  $b=13$  m y  $c=6$  m.
7. La base mayor de un trapecio isósceles mide 14 m. Los lados no paralelos miden 10 m y los ángulos de la base miden  $60^\circ$ . Encuentre la longitud de una diagonal y el área del trapecio.
8. Un avión se encuentra en un punto A y es observado por dos estaciones terrestres ubicadas en los puntos B y C. ¿A qué distancia se encuentra el avión de B? (ver figura)
9. Dos lados y el ángulo comprendido de un paralelogramo miden 12 pulgadas, 20 pulgadas y  $120^\circ$  respectivamente. Hallar la longitud de la diagonal mayor.
10. Una persona se encuentra en un punto A y desea dirigirse al punto C que se encuentra a 2.8 km en línea recta. Debido a que el terreno está en malas condiciones decide seguir la trayectoria de A a B para dirigirse, finalmente a C. ¿Cuál es la distancia total que deberá recorrer?



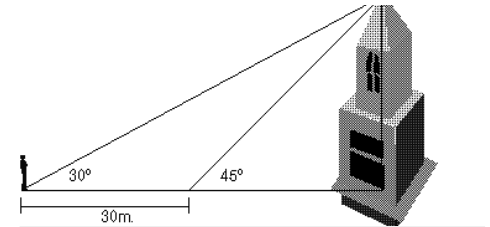
11. En un triángulo ABC, la línea AB está a lo largo de una ribera estrecha. Medimos la distancia  $c = AB$  como 118 m, y los ángulos A y B tiene  $63^\circ$  y  $55^\circ$ . ¿Cuál es la distancia  $b = AC$ ?

12. Un hombre parado 10 m de una pared, observa que el ángulo de elevación a la parte superior de una ventana es de  $30^\circ$  y el ángulo de depresión a la parte inferior de ella es de  $15^\circ$ . ¿Cuál es la altura de la ventana?



13. Desde un punto se observa un edificio cuya parte más alta forma con el suelo un ángulo de  $30^\circ$ , si avanzamos 30 m, el ángulo pasa a ser de  $45^\circ$ . Calcular la altura del edificio.

14. Desde un punto situado a dos metros sobre el nivel del piso, un hombre de 1.7 m observa la torre de un edificio situado a 20 m sobre la horizontal. Si el ángulo que forma la visual con la horizontal es de  $45^\circ$ , ¿Cuál es la altura del edificio?



15. Una persona se encuentra en la ventana de su apartamento que está situada a 8 m del suelo y observa el edificio de enfrente de la siguiente manera: la parte superior, con un ángulo de elevación de  $30^\circ$  y la parte inferior con un ángulo de depresión de  $45^\circ$ . Determinar la altura del edificio de enfrente

16. En un triángulo ABC, resolver los triángulos pedidos

- a)  $A = 32^\circ$ ,  $B = 123^\circ$  y  $a = 11$ .      b)  $a = 167$ ,  $b = 145$  y  $C = 53^\circ$       c)  $a = 75$ ,  $b = 92$  y  $c = 107$

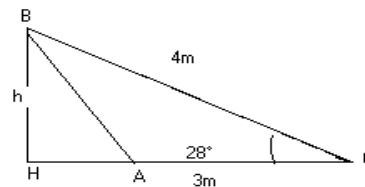
17. Desde un punto A sobre un plano horizontal se halla atado un globo (el globo se sostiene verticalmente en el aire); al mismo nivel de A se eligen otros dos puntos B y C (A, B y C colineales), distantes entre sí 90 m. desde estos puntos B y C se miden los ángulos de elevación (respecto al globo)  $40^\circ$  y  $30^\circ$  respectivamente. Hallar la altura en metros a la cual se encuentra el globo.

18. Dos edificios uno frente del otro, se hallan en el mismo plano, separados por una calle de 60 m. Cada uno forma con respecto a la cima del otro ángulos de elevación de  $30^\circ$  y  $75^\circ$  respectivamente. Hallar el ángulo de depresión que hace la cima del edificio más alto con la cima del edificio más bajo.

19. Un hombre eleva una cometa. La cometa está a una distancia de 1000 cm, el ángulo que forma la cometa con la vista del hombre es de  $60^\circ$  por encima de la horizontal. (El hombre sostiene el hilo a la altura de la cabeza); ¿A que altura esta la cometa del piso, si el hombre mide 1.8 m, ¿Si la cometa cayera perpendicularmente, a que distancia caería del hombre?

20. Resolver el triángulo:  $a = 105$ ,  $b = 110$  y  $A = 57^\circ$

21. Calcular el área de triángulo ABC dado, en la siguiente figura.



22. Un poste telefónico forma un ángulo de  $82^\circ$  con el piso. El ángulo de elevación del sol es de  $76^\circ$ . Encuentre la longitud del poste del teléfono si su sombra es de 3.5m

23. Tres pueblos X, W y Z, están unidos por carreteras rectas. La distancia entre X y W es de 6 km; a los pueblos W y Z los separan 9 km. El ángulo que forman las carreteras que unen X con W y W con Z es de  $120^\circ$ . ¿Qué distancia hay entre X y Z?

24. En una plazoleta de forma triangular, los lados miden 60 m, 75 m y 50 m. ¿Qué ángulos se forman en las esquinas de la misma?

25. Calcular la longitud de la diagonal AC del hexágono regular ABCDEF, si el perímetro del mismo es de 72 cm.



# INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DE VENECIA

NIT 811019578-0

DANE 105861000199 -Código ICFES 002865

**DOCENTE:** Héctor Iván Ballesteros Cano

**AREA:** Geometría

**HORAS:** 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> Lunes

**PERIODO:** 2°

**MONITOR:** María Camila Cárdenas

**GRADO:** 10°.1 y 2

**TEMA:** La Circunferencia

**LOGRO:** - Deduce y grafica lugares geométricos como la Circunferencia, la Parábola, la Elipse y la Hipérbola y discuta su utilización en situaciones cotidianas.

**ACTIVIDAD:** Identificar la ecuación de segundo grado con todas sus características y resolver problemas cotidianos con la teoría de la circunferencia.

## Taller de la Circunferencia

$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$  Ecuación General de la circunferencia

$(x + h)^2 + (y + k)^2 = R^2$  Ecuación de la circunferencia con centro en (h, k) y radio R

$x^2 + y^2 = R^2$  Ecuación de la circunferencia con centro en (0, 0) y radio R

1. Expresar analíticamente la ecuación de la circunferencia y dibujarla:

- a) de centro  $C(4, -3)$  y radio 7;
- b) de centro  $C(-2, 1)$  y que pasa por  $P(0, -4)$ .
- c) de centro en  $C(-3, 2)$  y radio 6.

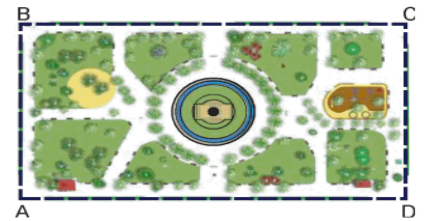
2. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro  $(-5, 12)$  y radio 13. Compruebe que pasa por el punto  $(0, 0)$ .

3. Cuál es el lugar geométrico descrito por la trayectoria de un avión que se mantiene sobre volando la ciudad de Tijuana a una distancia constante de 4 km de la torre del aeropuerto, esperando instrucciones para el aterrizaje.

4. Hallar las ecuaciones de las siguientes circunferencias:

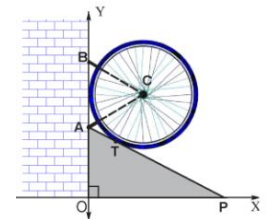
- a) Pasa por  $A(0, 1)$  y  $B(1, 0)$  y su radio es  $\sqrt{5}$ .
- b) Pasa por el origen y por los puntos  $A(4; 0)$  y  $B(0, 3)$ .

5. En la figura, se muestra la vista de planta de un parque con una pileta de forma circular en el centro; el centro de la circunferencia de radio 3 metros coincide con la intersección de las diagonales del rectángulo ABCD,  $AD = 70$  m y  $AB = 30$  m. Halle la ecuación de la circunferencia que modela el borde de la pileta considerando como origen de coordenadas el borde A.



6. Hallar la ecuación de una circunferencia sabiendo que los puntos  $A(1, 2)$  y  $B(3, 6)$  son los extremos de un diámetro.

7. Una llanta de bicicleta tangente a la pared y al piso esta sobre una rampa inclinada  $30^\circ$  con respecto a la horizontal, para evitar su rodamiento es sujeta por dos cuerdas representadas por AC y BC, como se muestra en la figura. Si el área de la región triangular equilátera ABC es  $4\sqrt{3} \text{ m}^2$  y TP mide el triple de AT. Hallar la ecuación de la circunferencia que determina el borde de la llanta.



8. Averiguar cuáles de las siguientes expresiones corresponden a circunferencias y en ellas, hallar su centro y su radio:

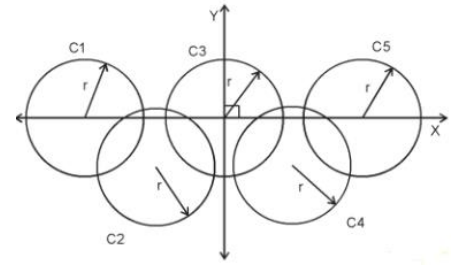
- a.)  $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 10 = 0$
- b.)  $x^2 - y^2 + 2x + 3y - 5 = 0$
- c.)  $x^2 + y^2 + xy - x + 4y - 8 = 0$
- d.)  $2x^2 + 2y^2 - 16x + 24 = 0$

9. Un servicio sismológico de baja California detecto un sismo con origen en la ciudad de México a 5 km Este y 3 km sur del centro de la ciudad, con un radio de 4 Km a la redonda. Cuál es la ecuación de la circunferencia del área afectada?

10. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el origen y tiene su centro en el punto común a las rectas:

$x + 3y - 6 = 0$        $x - 2y - 1 = 0$

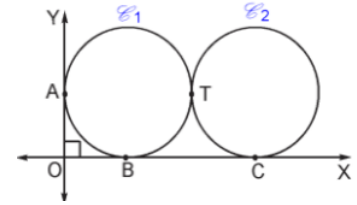
11. En la figura se muestra el símbolo olímpico con los siguientes datos: El centro de  $C_3$  está en el origen y tiene radio 5 cm, el centro de  $C_4$  está a 8 cm del centro de  $C_1$  y tiene de ordenada -4. Determine la ecuación de la circunferencia  $C_4$ .



12. Determine la ecuación de la circunferencia uno de cuyos diámetros es el segmento de extremos  $P_1(-1,-3)$  y  $P_2(7,-1)$ .

13. Ana se ha montado en el caballo que está a 3.5 m del centro de una plataforma que gira y su amiga Laura se ha montado en el león que estaba a 2 m del centro. Calcular el camino recorrido por cada una cuando la plataforma ha dado 50 vueltas.

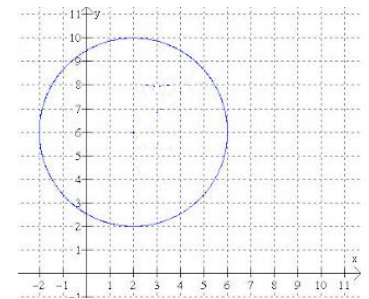
14. En la figura se muestra la vista transversal de dos cilindros congruentes de bases circulares; A, B, C y T son puntos de tangencia. Si la circunferencia 1  $C_1 = x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ . Halle la ecuación de la Circunferencia 2?



15. La ecuación:  $x^2 + y^2 + 6x - 14y - 6 = 0$  representa una circunferencia. Determine su centro  $C(h, k)$  y su radio  $r$ .

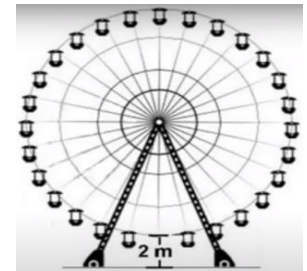
16. Hallar la ecuación de la circunferencia representada en la gráfica.

17. En cada uno de los casos siguientes la ecuación representa una circunferencia. Encuentre las coordenadas del centro y el radio. Dibuje la curva.



- |                                    |                                   |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $x^2 + y^2 + 4x - 8y = 0$       | b) $x^2 + y^2 - 10y = 0$          |
| c) $x^2 + y^2 + 6x - 14y - 64 = 0$ | d) $x^2 + y^2 - 8x = 0$           |
| e) $x^2 + y^2 - 12x - 16y = 0$     | f) $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 39 = 0$ |

18. De acuerdo a los datos de la figura, si la distancia del punto más bajo de la rueda al suelo es de 2 metros y la distancia del punto más alto de la rueda al suelo es 30 metros, entonces la longitud del radio de la rueda es?



19. Determina las coordenadas del centro y del radio de las circunferencias:

- a)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$
- b)  $x^2 + y^2 + 3x + y + 10 = 0$
- c)  $4x^2 + 4y^2 - 4x + 12y - 6 = 0$

20. Hallar el radio y el centro de la circunferencia:

- |                                   |                                     |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $x^2 + y^2 - 4x = 0$           | b) $x^2 + y^2 - 6x - 7 = 0$         |
| c) $x^2 + y^2 - 10y + 16 = 0$     | d) $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 11 = 0$   |
| e) $x^2 + y^2 - 11x - 5y - 3 = 0$ | f) $3x^2 + 3y^2 + 6x - 15y - 6 = 0$ |



## INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DE VENECIA

NIT 811019578-0

DANE 105861000199 -Código ICFES 002865

**DOCENTE:** Héctor Iván Ballesteros Cano

**AREA:** Estadística

**HORAS:** 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup> y 4<sup>a</sup> Lunes

**PERIODO:** 2°

**MONITOR:** Isabela Bedoya O.

**GRADO:** 10°.1 y 2

**TEMA:** Probabilidades

**LOGRO:** - Afianza las nociones básicas de estadística inferencial (Probabilidades), adquiridas en cursos anteriores creando espacios de aplicación y confrontación de procesos y resultados.

**ACTIVIDAD:** Identificar los tipos de eventos que se suceden y aplicar las técnicas del azar en la solución de problemas del contexto.

### Taller de Probabilidades

1. Una urna tiene ocho bolas rojas, 5 amarilla y siete verdes. Se extrae una al azar cual es la  $p(\text{roja})$ , la  $p(\text{no roja})$ , la  $p(\text{verde})$ , la  $p(\text{no verde})$ , la  $p(\text{amarilla})$  y la  $p(\text{no amarilla})$ .
2. Una urna contiene tres bolas rojas y siete blancas. Se extraen dos bolas al azar. Escribir el espacio muestral y hallar la probabilidad de que al extraer las dos bolas
  - a) con reemplazamiento ambas sean rojas. Ambas blancas, blanca y roja o roja y blanca.
  - b) sin reemplazamiento ambas sean rojas. Ambas blancas, blanca y roja o roja y blanca.
3. Se extrae una bola de una urna que contiene 4 bolas rojas, 5 blancas y 6 negras, ¿cuál es la probabilidad de que la bola sea roja o blanca? Cuál es la probabilidad de que no sea blanca?
4. En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, cinco alumnos rubios y 10 morenos. Un día asisten 44 alumnos, encontrar la probabilidad de que el alumno que falta sea hombre; la probabilidad de que sea mujer morena?
5. Un dado está trucado, de forma que las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas. Hallar: La probabilidad de obtener el 6 en un lanzamiento. La probabilidad de conseguir un número impar en un lanzamiento?
6. Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide la probabilidad de que salga el 7; La probabilidad de que el número obtenido sea par y la probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres?
7. Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que Salga 6 en todos. la probabilidad de que los puntos obtenidos sumen 7.
8. Hallar la probabilidad de que al levantar unas fichas de dominó se obtenga un número de puntos mayor que 9 o que sea múltiplo de 4.
9. En un sobre hay 20 papeletas, ocho llevan dibujado un coche las restantes son blancas. Hallar la probabilidad de extraer al menos una papeleta con el dibujo de un coche, a) Si se saca una papeleta. b) si se extraen dos papeletas, c) si se extraen tres papeletas?
10. Los estudiantes A y B tienen respectivamente probabilidades  $1/2$  y  $1/5$  de suspender un examen. La probabilidad de que suspendan el examen simultáneamente es de  $1/10$ . Determinar la probabilidad de que al menos uno de los dos estudiantes suspenda el examen.
11. Dos hermanos salen de caza. El primero mata un promedio de 2 piezas cada 5 disparos y el segundo 1 pieza cada 2 disparos. Si los dos disparan al mismo tiempo a una pieza, Cual es la probabilidad de que la maten?
12. Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres; la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños. Determinar la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.

**Héctor Iván Ballesteros Cano**

13. La probabilidad de que un hombre viva 20 años es  $\frac{1}{4}$  y la de que su mujer viva 20 años es  $\frac{1}{3}$ . Se pide calcular la probabilidad de que: a) Ambos vivan 20 años. b) El hombre viva 20 años y la mujer no. c) Ambos mueran antes de los 20 años?
14. Se sacan dos bolas de una urna que se compone de una bola blanca, otra roja, otra verde y otra negra, describir el espacio muestral cuando: a) La primera bola se devuelve a la urna antes de sacar la segunda. b) La primera bola no se devuelve.
15. En un centro escolar los alumnos pueden optar por cursar como lengua extranjera, inglés o francés. En un determinado curso, el 90% de los alumnos estudia inglés y el resto Francés. El 30% de los que estudian inglés son chicos y de los que estudian francés son chicos el 40%. El elegido es un alumno al azar. Cuál es la probabilidad de que sea chica?
16. De una baraja de 48 cartas se extrae simultáneamente dos de ellas. Calcular la probabilidad de que: a) las dos sean copas, b) al menos una sea copas, c) una sea copa y la otra espada.
17. Ante un examen, un alumno solo ha estudiado 15 de los 25 temas correspondientes a la materia del mismo. El examen se realiza extrayendo al azar dos temas y dejando que el alumno escoja uno de los dos para ser examinado del mismo. Hallar la probabilidad de que el alumno pueda elegir en el examen uno de los temas estudiados?
18. Una clase está formada por 10 chicos y 10 chicas; la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han elegido francés como asignatura optativa. a) Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar sea chico o estudie francés? b) Cuál es la probabilidad de que sea chica y no estudie francés?
19. Un taller sabe que por término medio acuden, por la mañana 3 autos con problemas eléctricos, 8 con problemas mecánicos y 3 con problemas de chapa, y por la tarde, 2 con problemas eléctricos, 3 con problemas mecánicos y 1 con problemas de chapa. a) hacer una tabla ordenando los datos anteriores. b) calcular el porcentaje de los que acuden por la tarde. c) Calcular el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos. d) Calcular la probabilidad de que un auto con problemas eléctricos acuda por la mañana?
20. Una clase consta de 6 niñas y 10 niños. Si se escoge un comité de 3 al azar, hallar la probabilidad de: a) Seleccionar 3 niños. b) Seleccionar exactamente 2 niños y 1 niña. c) Seleccionar por lo menos 1 niño. d) Seleccionar exactamente 2 niñas y 1 niño.
21. Una caja contiene 3 monedas. Una moneda es normal, la otra tiene dos caras y la otra está cargada de modo que la probabilidad de obtener cara es de  $\frac{1}{3}$ . Se selecciona una moneda y se lanza al aire. Hallar la probabilidad de que caiga cara.
22. Una urna contiene 5 bolas rojas y 8 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por 2 del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. a) Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea verde? B) Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.
23. En una clase en la que todos practican algún deporte, el 60% de los alumnos juega al fútbol o al baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Y además hay un 60% que no juega al fútbol. Cuál es la probabilidad de que escogido al azar un alumno de la clase. a) Juegue solo al fútbol. b) Juegue solo al baloncesto. c) practique uno solo de los deportes. d) no juegue ni fútbol ni baloncesto.
24. En una ciudad el 40% de la población tiene cabello castaño, el 25% tiene ojos castaños y el 15% tiene cabello y ojos castaños. Se escoge una persona al azar. a) Si tiene el cabello castaño, Cual es la probabilidad de que tenga también ojos castaños? b) Si tiene ojos castaños, Cuál es la probabilidad de que no tenga cabello castaño? c) Cuál es la probabilidad de que no tenga ni cabello ni ojos castaño?
25. En un aula hay 100 alumnos, de los cuales 40 son hombres, 30 usan gafas, y 15 son varones y usan gafas. Si seleccionamos al azar un alumno de dicho curso: a) cuál es la probabilidad de que sea mujer y no use gafas? B) Si sabemos que el alumno seleccionado no usa gafas, que probabilidad hay de que sea hombre?
26. Disponemos de 2 urnas: La urna A contiene 6 bolas rojas y 4 bolas blancas, La urna B contiene 4 bolas rojas y 8 bolas blancas. Se lanza un dado, si aparece un número menor que 3, nos vamos a la urna A; si el resultado es 3 o más, nos vamos a la urna B. A continuación se extrae una bola. a) Cuál es la probabilidad de que la bola sea roja y de la urna B? b) Cuál es la probabilidad de que la bola sea blanca?